

PROSTOROVÁ PŘEDSTAVIVOST NEJEN V MATEMATICE¹

Josef Molnár (Katedra algebry a geometrie, Přírodovědecká fakulta, Univerzita Palackého) & Jakub Tlaskal (Katedra algebry a geometrie, Přírodovědecká fakulta, Univerzita Palackého, Česká republika)

Abstract. Everybody needs spatial imagination, which allows us to orient in the space. Spatial imagination is affected by a lot of factors, both internal and external too. We are interested in the way these factors are reflected in mathematics and in teaching of mathematics.

The article presents a summary of results proceeding from several years of research of spatial imagination carried out among pupils at primary and secondary schools within several research projects and doctoral theses.

We examined the relationship between the spatial imagination and gender, laterality, type of school, grades in math, mathematical talent, general intelligence, etc.

We created series of own didactical tests in collaboration with educational-psychological counselling centres and compared their results with standardized Amthauer I- S-T universal intelligence tests and other standardized tests. Data was evaluated by various quantitative and qualitative methods.

The most important from our own tests is “Test of triangles”, which is similar to “Test of squares” (part of Amthauer I-S-T universal intelligence tests, comes out from Rybakov figures). In 2010, 1690 students of grammar schools took part in the test including the task “Divide the given irregular plane figure by one cut only and then put these two parts together to create an equilateral triangle.”

Motto: „Představivost je překrásnou a ohromující schopností člověka. Rozvinutá prostorová představivost je důležitým prvkem obecné kultury. Geometrie, která vyžaduje představovat si geometrické útvary v jejich ideální přesnosti a logické určenosti, dodává prostorové představivosti na jemnosti, přesnosti a vytříbenosti.

A. D. Alexandrov

Je známo, že prostorovou představivost potřebuje v jisté míře každý jedinec. Je taky známo, že na ni působí řada faktorů, a to jak vnitřních, tak taky vnějších. Všimněme si, jak se tyto skutečnosti odrážejí (nejen) v matematice a při jejím vyučování.

Geometrii jako součást matematiky s hojnými vazbami k praxi můžeme chápat jako způsob vidění a poznávání světa, jako podtext některých filosofických směrů, jako grafickou komunikaci – způsob „zápisu“ informací i jako vyučovací předmět, ve kterém se rozvíjí geometrická představivost.

¹ Příspěvek vznikl za podpory a na podporu projektu ESF OP VK CZ.1.07/1.2.08/02.0017 „Práce s talenty – Vyhledávání talentů pro konkurenceschopnost a práce s nimi“.

Co to je prostorová představivost? Na tuto otázku odpovídají Perenčaj a Repáš (1985) takto: „*Mohli by sme povedať, že je to akési videnie priestoru. Problém je v tom, že nestačí priestor vidieť, ale je nutné si ho i uvedomovať.*“ Gardner (1999) pod pojem prostorová představivost zahrnuje prostorovou inteligenci, jejímž jádrem jsou schopnosti, které zajišťují přesné vnímání vizuálního světa, umožňují transformovat a modifikovat původní vjemy a vytvářejí z vlastní zkušenosti myšlenkové představy, i když žádné vnější podněty nepůsobí.

Pro potřeby našich šetření vymezujeme **geometrickou prostorovou představivost jako soubor schopností týkajících se reprodukčních i anticipačních, statických i dynamických představ o tvarech, vlastnostech a vzájemných vztazích mezi geometrickými útvary v prostoru.** (Molnár, 2004)

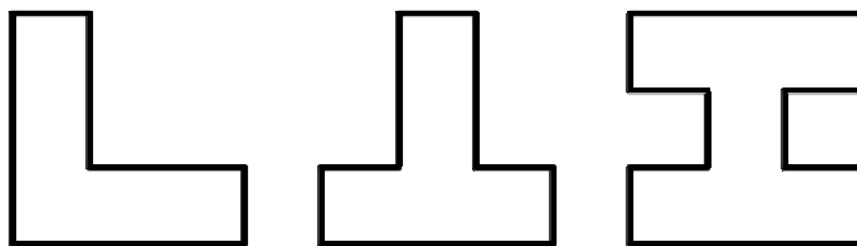
Příspěvek přináší shrnutí výsledků několikaletých výzkumů takto v užším smyslu pojaté prostorové představivosti, prováděných především se žáky základních a středních škol, a to v rámci řešení několika výzkumných úkolů a zpracovávání témat disertačních prací.

Naši učitelé často vyjadřují svůj postřeh, že prostorová představivost a znalosti žáků ze stereometrie se postupně snižují. Abychom tuto domněnku potvrdili či vyvrátili, využili jsme prověrku, která byla zadána v letech 1984–1987 a uspořádali podobné šetření ve školním roce 2007/2008.

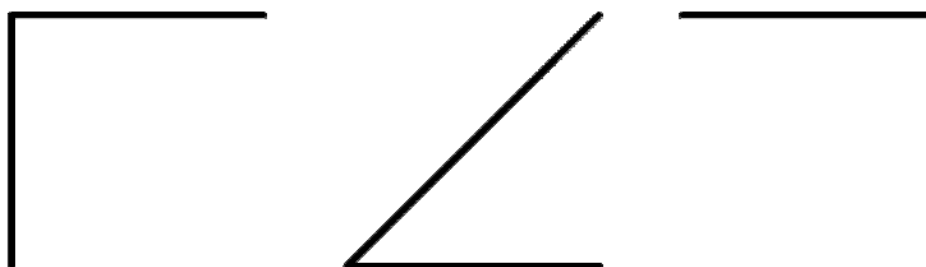
Do ověřování prostorové představivosti bylo v letech 1984–1987 zapojeno 870 žáků 2. stupně základních škol, všech tří proudů středních škol a studentů učitelství všeobecně vzdělávacích předmětů VŠ. Ve školním roce 2007/2008 byl celkový počet respondentů 536 ze sedmi středních škol. Zadány jim byly následující úlohy:

1. úloha: Rozviňte plášť krychle všemi možnými způsoby. (4 body)

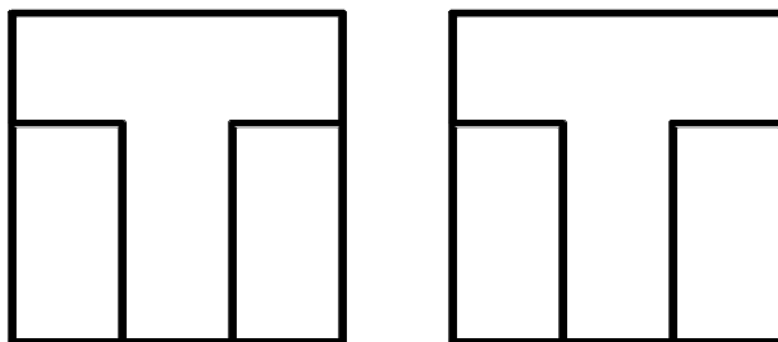
2. úloha: Načrtněte těleso, které lze bez mezer protáhnout všemi vyznačenými otvory. (4 body)



3. úloha: Naviňte na krychli drát podle tří průmětů. (3 body)



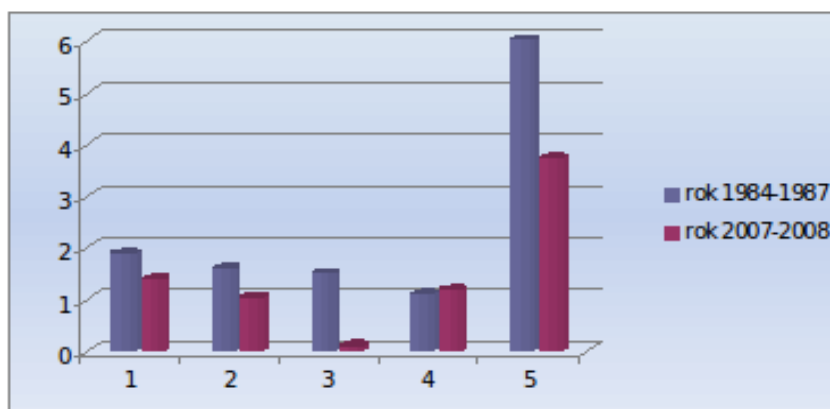
4. úloha: Načrtněte bokorys a názorný obrázek tělesa, znáte-li jeho nárys a půdorys. (4 body)



nárys

půdorys

Získané výsledky shrnuje následující diagram:



Lze konstatovat, že provedený longitudální výzkum poukazuje na snižující se úroveň prostorové představivosti. Obdobné závěry byly učiněny i z prověrky znalostí ze stereometrie (Schubertová, 2008).

V dotazníkovém šetření a srovnávací analýzou byly odhaleny některé příčiny tohoto stavu:

- nedocení významu prostorové představivosti,
- nedostatečná časová dotace,
- malá připravenost učitelů,
- nerespektování pedagogicko-psychologických zásad,
- opomíjení stereometrických úloh u přijímacích zkoušek (pokud se ještě vůbec konají) aj. (Molnár, 2009)

Jako červená nit se našimi šetřeními táhnou (statisticky významné) rozdíly ve výsledcích závislé na pohlaví respondentů, což potvrzují i další experimentátoři. Vysvětlení (poděpené patrně Piagetovými názory) podává Repáš (Hejný et al., 1990), když říká: „Ako keby existovali isté časové obdobia zvlášť priaznivé pre rozvoj schopností priestorového

videnia. Keď sa tieto obdobia premeškajú, stráca človek možnosť rozvinúť svoje schopnosti na takú úroveň, ktorú dávali genetické dispozície. Nazdávame sa, že prvé také obdobie je vo veku 5 až 6 rokov. Skutočnosť, že v tomto veku sa s kockami hrávajú viac chlapci ako dievčatá, vyvetľuje, prečo majú chlapci lepšie rozvinuté priestorové videnie.“ Nemůže tomu ale být naopak, tedy že chlapci dávají přednost hře s kostkami právě proto, že jejich mozek je lépe uzpůsoben pro vykonávání prostorově-konstrukčních činností? Lze citovat výsledky výzkumů potvrzující, že odpověď na tuto otázku může být kladná: (Dorner, 1980; Gouchie & Kimura, 1990; Peasovi, 2000).

K ověřování geometrické představivosti byl vytvořen didaktický „Test trojúhelníků“ (Slezáková, 2011), který je obdobou známých Rybakovových figur využívaných v subtestu I-S-T testu (Amthauer et al., 2005). Testování proběhlo v červnu 2010 v 1. a 2. ročníku vyššího gymnázia, test se skládá z 40 úkolů („Daný nepravidelný útvar rozdělte úsečkou na dvě části tak, aby z takto vzniklých částí bylo možné sestavit rovnostranný trojúhelník“, viz Příloha), správné řešení bylo hodnoceno jedním bodem, doba na řešení testu byla 20 minut a zúčastnilo se ho 1142 žáků (421 chlapců a 721 dívek) z fakultních škol Přírodovědecké fakulty Univerzity Palackého v Olomouci.

Z výsledků vyplývá, že průměrný bodový zisk činí 29,7 bodu, tj. 74,2 %, že chlapci dosáhli mírně lepších výsledků než dívky, a že se prokázala souvislost výsledků testu se známkou z matematiky. Budeme-li úlohy řadit podle stoupající obtížnosti, budou následovat za sebou takto: Úloha č. 14, 9, 2, 30, 3, 28, 21, 7, 33, 38, 23, 15, 25, 36, 1, 34, 27, 32, 16, 8, 5, 40, 39, 13, 4, 29, 20, 24, 18, 17, 10, 11, 22, 26, 31, 6, 12, 35, 37, 19.

Reliabilita testu byla zjišťována (Slezáková, 2011) metodou půlení ($r = 0,837$) a porovnávána s výsledky Testu čtverců ($r = 0,812$; Svoboda, 2005). Pro posouzení validity bylo jako vnější kritérium zvolena známka z matematiky a k výpočtu korelace Spearmanův koeficient se závěrem, že provedené měření lze považovat za validní na hladině významnosti 0,05. Sestavený test trojúhelníků lze tedy doporučit k určování úrovně geometrické představivosti žáků 1. a 2. ročníků gymnázií a srovnatelných středních škol.

Bibliografie

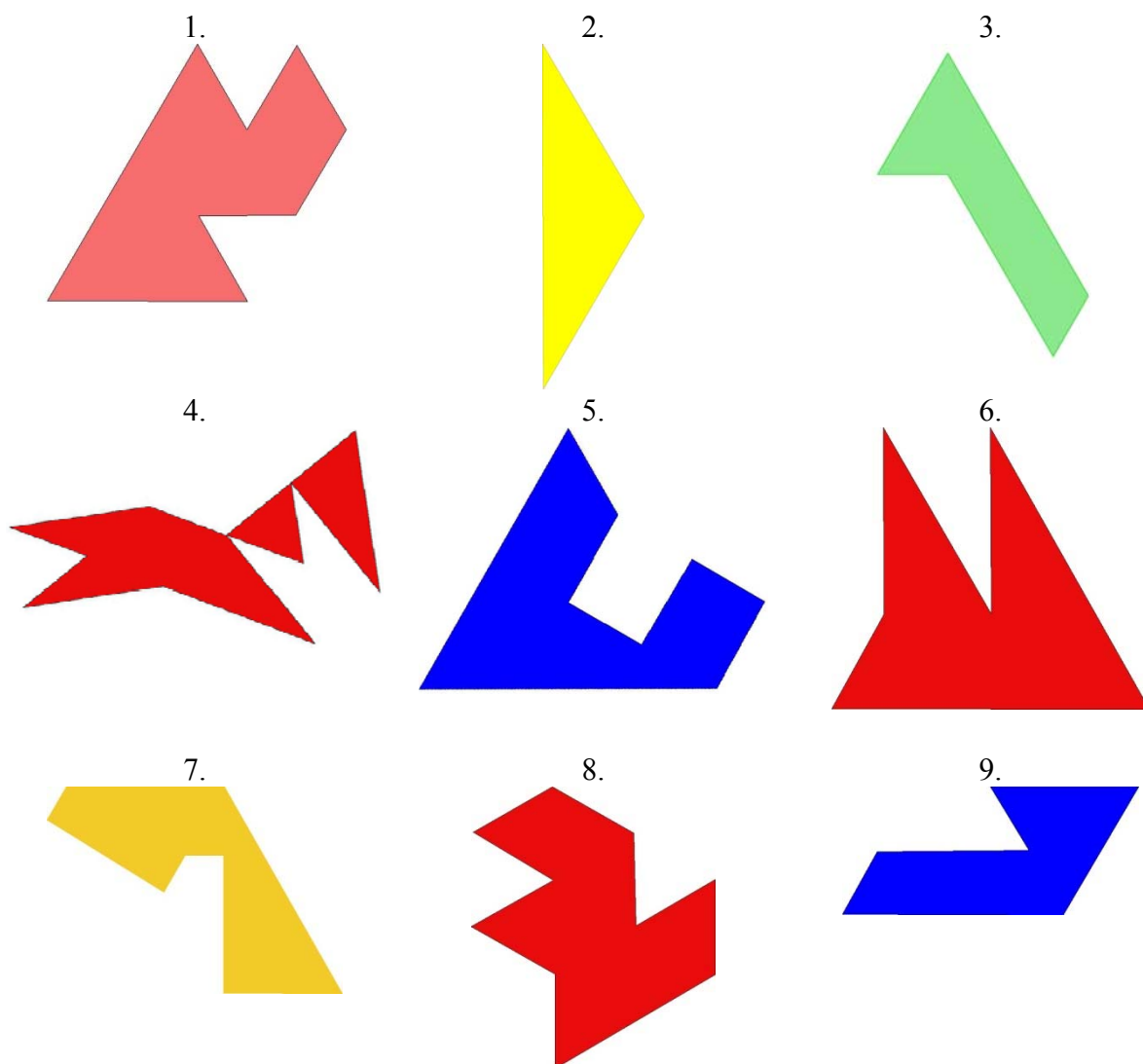
- ALEXANDROV, A. D. (1980). O geometrii. *Matematika v škole* 3. 56–62.
- AMTHAUER, R. et al. (2005). *Test struktury inteligence I-S-T 2000R*. Praha: Testcentrum.
- DORNER, G. (1980). Prenatal stress and possible aetiological factors of homosexuality in human males. *Endokrinologie* 75:365–368.
- GARDNER, H. (1999). *Dimenze myšlení – teorie rozmanitých inteligencí*. Praha: Portál.
- GOUCHIE, C. & KIMURA, D. (1990). Testosterone levels and cognitive ability. *Neuroendocrinology Letters* 12:296.
- HEJNÝ, M. et al. (1990). *Teória vyučovania matematiky 2*. Bratislava: SPN.
- MOLNÁR, J. (2004). *Rozvíjení prostorové představivosti (nejen) ve stereometrii*. Olomouc: VUP (2. rozšířené vydání 2008).
- MOLNÁR, J. & SCHUBERTOVÁ, S. (2009). From research on space imagination. *Problems of Education in the 21st Century* 13 (13):83–93.
- PEASOVI, A. & B. (2000). *Proč muži neposlouchají a ženy neumí číst v mapách*. Brno: Almanach.

- PERENČAJ, J. & REPÁŠ, V. (1985). Diagnostika rozvoja stereometrických predstáv študentov vysokých škol technických. *MFvŠ* 16 (4):277–280.
- SCHUBERTOVÁ, S. (2008) *Prostorová představivost v souvislostech (disertační práce)*. Olomouc: UP.
- SLEZÁKOVÁ, J. (2011). *Testování geometrické představivosti (disertační práce)*. Olomouc: UP.
- SVOBODA, M. (2005). *Psychologická diagnostika dospělých*. Praha: Portál.

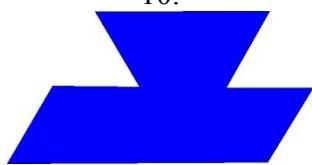
Příloha:

Test trojúhelníků

Mnohoúhelník jedním řezem rozdělte tak, aby po přemístění jedné části ke druhé (pouze v představách) vznikl rovnostranný trojúhelník.



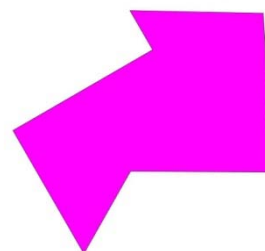
10.



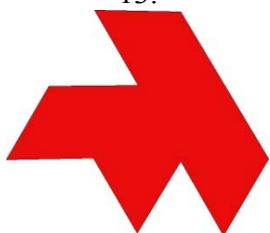
11.



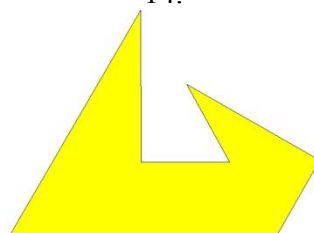
12.



13.



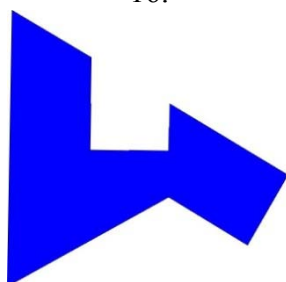
14.



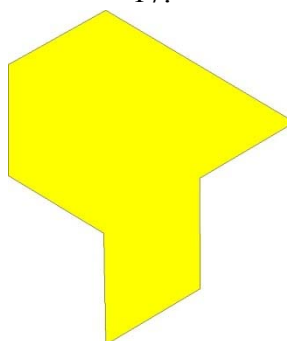
15.



16.



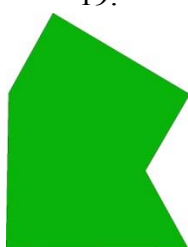
17.



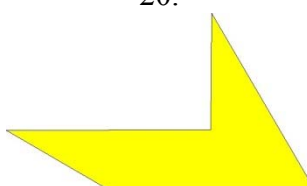
18.



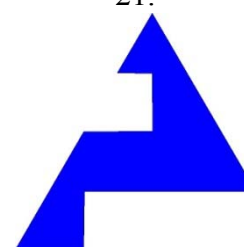
19.



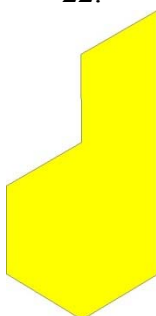
20.



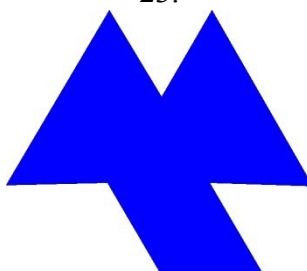
21.



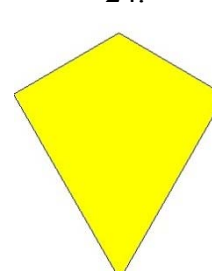
22.



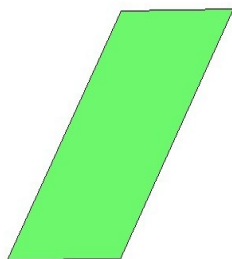
23.



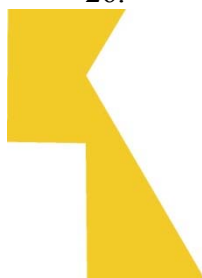
24.



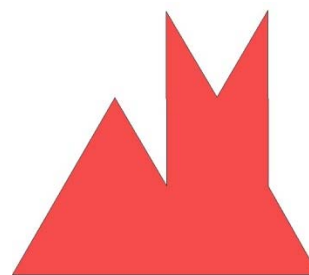
25.



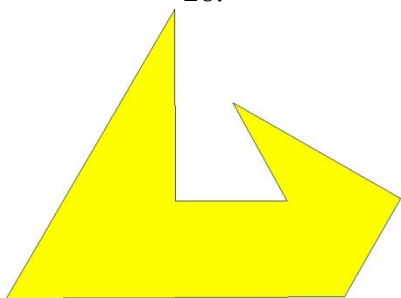
26.



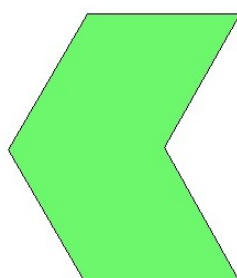
27.



28.



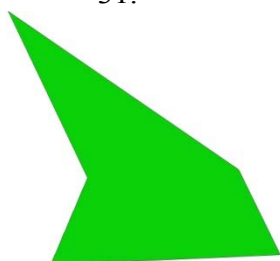
29.



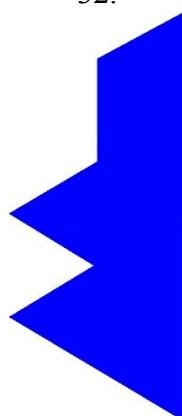
30.



31.



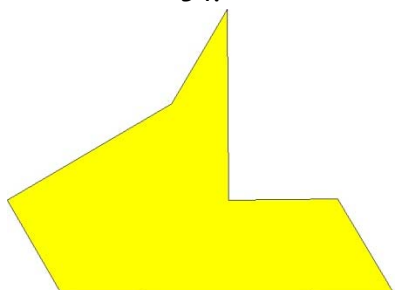
32.



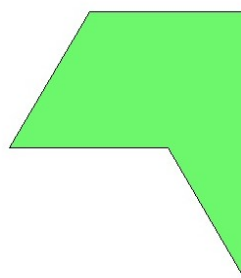
33.



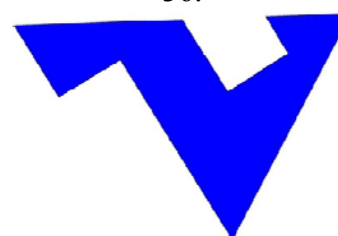
34.



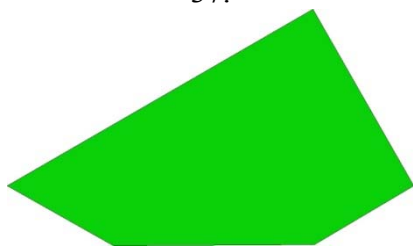
35.



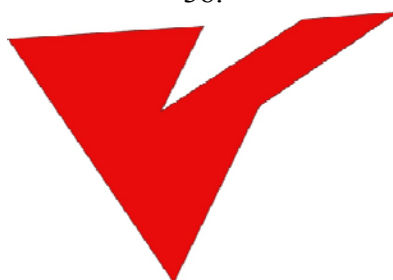
36.



37.



38.



39.



40.

